

Devoir commun de Mathématiques**PREMIÈRE S**

Durée 2 heures. Calculatrice autorisée.

Attention !

- **Toute réponse doit être justifiée. La rédaction et la présentation du devoir seront prises en compte.**
- **N'oubliez pas d'indiquer votre classe en plus de nom et prénom sur votre copie.**

Exercice 1 : (2 points)

Restitution organisée de connaissances

1°) A l'aide d'un cercle trigonométrique, démontrer que :

l'équation $\sin(x) = \sin(a)$ a pour solutions les réels $x = a + k2\pi$ et $x = \pi - a + k2\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

2°) Application :

a) Résoudre dans \mathbb{R} : $\sin(x) = -\frac{1}{2}$

b) Résoudre dans l'intervalle $[0; 2\pi[$: $\sin(x) = -\frac{1}{2}$

Exercice 2 : (4 points)

Vrai ou Faux. Dire pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse. Justifier soigneusement.

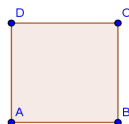
1°) $\cos\left(\frac{17\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2°) Pour tout x réel, $\sin(2x) = 2\sin(x)$

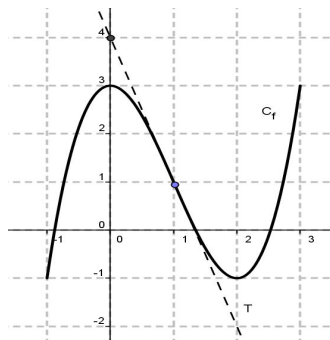
3°) La mesure en radians d'un angle de 36° est $\frac{4\pi}{5}$

4°) ABCD est le carré ci-contre :

Une mesure de $(\vec{CA}; \vec{AB})$ est $\frac{\pi}{4}$



5°) On considère ci-contre C_f la courbe d'une fonction f définie et dérivable sur $[-1; 5]$ et T sa tangente au point $(1; 1)$.
On a : $f'(1) = -3$



6°) Le tableau suivant donne la répartition des notes de Mathématiques d'Anna et Benjamin lors des dix contrôles réalisés au cours de l'année scolaire :

Anna	7	16	11	10	16	10	12	14	10	8
Benjamin	13	9	16	11	12	12	12	13	7	9

Anna a eu des résultats plus réguliers que Benjamin.

Exercice 3 : (4 points)

f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + 3x - 2$ et C_f la courbe représentative de f dans un repère .

1) Montrer que f est dérivable en 0 et déterminer $f'(0)$.2.a) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 0.b) En déduire une valeur approchée de $f(0,01)$.3.a) Étudier le signe de $f(x) - (3x - 2)$ b) Étudier la position de la courbe C_f par rapport à la tangente T.

Exercice 4 : (4 points)

Une entreprise pharmaceutique décide de faire des économies sur les tarifs d'affranchissements des 50 courriers publicitaires à envoyer aux clients cette semaine.

Pour cela, elle décide d'affranchir, au hasard, une proportion de 30 lettres avec des timbres à 0,60€, 15 lettres avec des timbres à 1€ et le reste avec des timbres à 1,50€.

1°) Un cabinet médical reçoit une de ces lettres, quelle est la probabilité des événements suivants :

A : «La lettre est affranchie au tarif de 1€».

B : «Le timbre de la lettre est au moins de 1€».

2°) Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque lettre le montant en euro du timbre d'affranchissement.

Donner la loi de probabilité de la variable X.

Calculer son espérance et son écart-type puis donner leur signification.

Exercice 5 : (3 points)

La société « Vélibre », spécialisée dans la location de vélos disponibles en ville, a été créée en janvier 2010 avec un parc de 100 véhicules neufs.

Afin de conserver un parc de bonne qualité, le directeur de la société a décidé de :

- Racheter 40 vélos neufs en janvier chaque année.
- Revendre 20% des vélos les plus usagés en janvier de chaque année suivante.

1°) Montrer que le parc contient 120 vélos en janvier 2011.

2°) Montrer que si pour un entier naturel n , u_n donne le nombre de vélos dans le parc en janvier $2010+n$, alors $u_{n+1} = 0,8u_n + 40$.

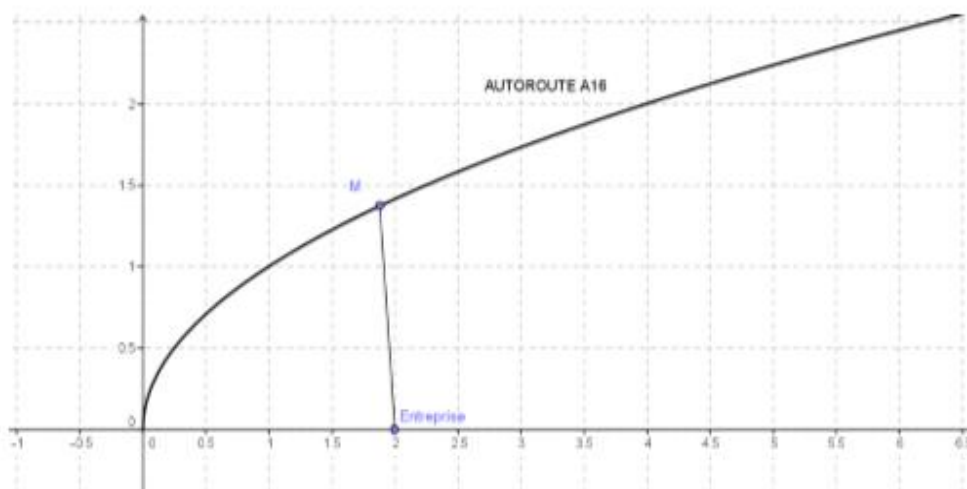
3°) A l'aide du tableur de la calculatrice, donner le nombre de vélos du parc en janvier 2020.

4°) La municipalité prévoit d'implanter de nouvelles bornes à vélo dans la ville afin d'offrir aux usagers 195 emplacements. En quelle année la société « Vélibre » pourra-t-elle satisfaire cette demande ? Expliquer.

Problème : (3 points)

Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Une entreprise de fabrication de produit chimique demande au conseil régional de créer une route pour accéder à la nouvelle autoroute dont le tracé est modélisé par la courbe de la fonction racine carrée comme l'indique le graphique ci-dessous. L'emplacement de l'entreprise est représentée par le point E (2 ; 0).



Pour minimiser le coût et sécuriser l'environnement, la région décide que la route doit être la plus courte possible. Déterminer les coordonnées du point M représentant le point de jonction qui satisfait cette décision.