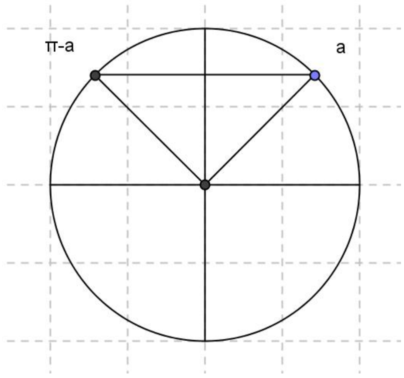
Ex 1 :

1°) Les deux réels a et $\pi - a$ sont représentés sur le cercle trigonométrique par deux points symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.
Ils ont donc même sinus.
En rajoutant $2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$), on obtient tous les réels qui ont le même sinus.



2°) $\sin(x) = -0{,}5$

$\Leftrightarrow \sin(x) = \sin\left(\frac{-\pi}{6}\right)$

Les solutions sont donc $x = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

et $x = \pi - \left(\frac{-\pi}{6}\right) + 2k\pi = 7\frac{\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

Ex 2 :

1°) ($\overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{AB}$) = (- $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB}$) = ($\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB}$) + π = $\frac{-\pi}{4} + \pi$ = $3\frac{\pi}{4}$ donc Faux.

2°) L'écart-type mesure la dispersion des valeurs.
Pour Anna : $\sigma \approx 2{,}94$
Pour Benjamin : $\sigma \approx 2{,}42$
Les notes de Benjamin sont moins dispersées, il est plus régulier qu'Anna. Donc Faux.

Ex 3 :

1°) Pour tout $h \neq 0$, $\frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \frac{1}{h}(h^3 + 3h - 2 + 2)$

$= \frac{h}{h}(h^2 + 3)$

$= (h^2 + 3)$

$\lim_{h \to 0} (h^2 + 3) = 3$. donc $\lim_{h \to 0} \frac{f(h) - f(0)}{3} = 3$ et alors f est dérivable en 0 et $f'(0) = 3$

2.a) une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0 est :

$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

$y = 3(x - 0) - 2$

$y = 3x - 2$

b) on a l'approximation suivante : $f(x) \approx 3x - 2$ pour x voisin de 0.
on en déduit pour x =0,01 , $f(0{,}01) \approx 3 \times 0{,}01 - 2 = -1{,}97$

3) $f(x) - (3x - 2) = x^3 + 3x - 2 - 3x + 2$

$= x^3$

si $x < 0$, on a $x^3 < 0$. Donc $f(x) - (3x - 2) < 0$ et C_f est alors en dessous de T.

si $x > 0$, on a $x^3 > 0$. Donc $f(x) - (3x - 2) > 0$ et C_f est alors au dessus de T.

Ex 4 :

1°) Il y a 15 lettres à 1€ sur 50, donc $p(A)=\frac{15}{50}=0{,}3$

Il y a $50-(30+15)=5$ lettres à 1€50. Ainsi, 20 lettres sur 50 à au moins 1€.

Donc, $p(B)=\frac{20}{50}=0{,}4$

2°) X la variable aléatoire associant à chaque lettre le montant en euro du timbre.
X prend pour valeur : 0,6 ; 1 et 1,5.
La loi de probabilité de X est donnée par la 2° ligne du tableau suivant :

Valeur x_i	**0,6**	**1**	**1,5**	**Total**
$p(X=x_i)$	0,6	0,3	0,1	1
$x_i p(X=x_i)$	0,36	0,3	0,15	0,81
$(x_i-E(X))^2\, p(X=x_i)$	0,0265	0,0108	0,0476	0,0849

$E(X)=0{,}81$. Cela représente l'affranchissement moyen.
$V(X)\approx 0{,}0849$
et $\sigma(X)\approx 0{,}29$ Cela permet de mesurer la dispersion autour de la moyenne.

Ex 5 :

1°) 100 vélos au départ – 20 revendus + 40 neufs : total 120.

2°) $u_{n+1}=u_n - \frac{20}{100}u_n+40 = \left(1-\frac{20}{100}\right)u_n+40 = 0{,}8\,u_n+40$

3°) Le tableur de la calculatrice nous donne $u_{10}\approx 189{,}26$. Il y aura donc 189 vélos (ou 190) en Janvier 2020.

4°) A l'aide du tableur de la calculatrice, on trouve : $u_{13}\approx 194{,}5$ et $u_{14}\approx 195{,}6$.
La société pourra donc satisfaire la demande en 2024.

Problème :

$M(x;y)$ est sur la courbe de la fonction racine carrée donc $y=\sqrt{x}$
Sachant que $E(2;0)$, on exprime la distance ME.

$$ME=\sqrt{(x_M-x_E)^2+(y_M-y_E)^2} = \sqrt{(x-2)^2+(\sqrt{x})^2} = \sqrt{x^2-3\mathrm{x}+4}$$

On cherche à minimiser ME, ce qui revient à minimiser ME^2 autrement dit x^2-3x+4 .

C'est un trinôme du second degré dont la forme canonique est : $(x-1{,}5)^2+\frac{7}{4}$.

ME^2 est donc minimal pour $x=1{,}5$.
Les coordonnées de M sont alors (1,5 ; $\sqrt{1{,}5}$)