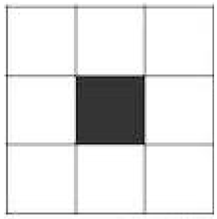
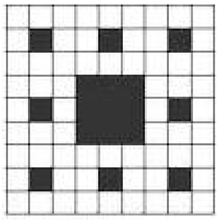
Exercice 1 : (6 points)



Un carré de 1 m^2 est partagé en 9 carrés de même aire comme indiqué sur la figure ci-contre.
On colorie le carré central.



Les huit carrés restants sont à leur tour partagés en 9 carrés de même aire comme indiqué sur la figure ci-contre.
On colorie les huit carrés centraux.

On poursuit avec la même méthode le partage et le coloriage du carré.

Pour tout entier naturel n non nul, on désigne par A_n l'aire en m^2 de la surface totale coloriée après n coloriages.
Ainsi, $A_1=\frac{1}{9}$

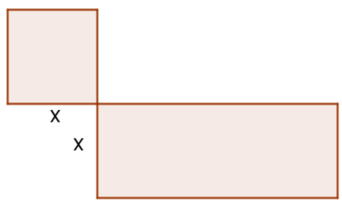
1°) Montrer que $A_2=\frac{17}{81}$

2°) Justifier que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, $A_{n+1}=\frac{8}{9}A_n+\frac{1}{9}$

3°) Sur la feuille annexe ont été représentées les droites d'équations $y=x$ et $y=\frac{8}{9}x+\frac{1}{9}$.
Placer A_1 sur l'axe des abscisses et, à la règle uniquement, proposer une construction de A_2 , A_3 et A_4 sur l'axe des abscisses.
4°) a) Conjecturez les variations de la suite (A_n) .
b) Conjecturez la limite de la suite (A_n) . Que peut-on en déduire ?
5°) On pose pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, $B_n=A_n-1$
a) Démontrer que la suite (B_n) est géométrique.
b) Exprimer B_n en fonction de n .
c) En déduire que $A_n=1-\left(\frac{8}{9}\right)^n$
d) A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle valeur de n , l'aire coloriée est supérieure à 0,99 m^2 . Justifier.

Exercice 2 : (4 points)
Un encadreur dispose de 10 m de profilé d'aluminium et souhaite l'utiliser pour faire un cadre autour d'un logo formé d'un carré et d'un rectangle comme sur la figure ci-contre.
La largeur du rectangle est égale au côté du carré.

Problème :
Il souhaite que l'aire de ce logo soit la plus grande possible.



1°) On note x le côté du carré et $A(x)$ l'aire du logo pour $x\in[0;10]$.
Montrer que $A(x)=-2x^2+5x$.
2°) Étudier les variations de la fonction A sur $[0;10]$.
3°) Répondre au problème posé.

Exercice 3 : (2 points)

1°) *Question de cours.*

On considère la somme S_n des entiers de 1 à n . $S_n=1+2+3+\ldots+n$

Montrer que $S_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$

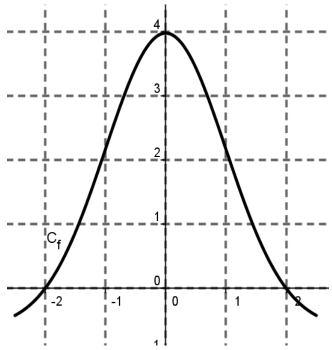
2°) Compléter l'algorithme donné sur la feuille annexe sachant qu'il permet d'afficher la somme des n premiers termes d'une suite géométrique de premier terme et de raison saisis par l'utilisateur.

Exercice 4 : (5 points)

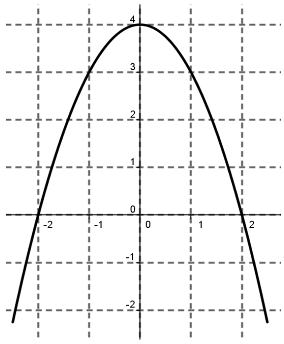
Pour chacune des affirmations suivantes, précisez si elles sont vraies ou fausses.
Justifiez soigneusement.

1°) On considère dans un repère orthonormal : $A(1;2)$, $B(-1;4)$ et $I(2;-1)$.
Soit le cercle (C) de centre I et de rayon 2.
Les points d'intersection de la droite (AB) et de (C) sont les points de coordonnées $(4;-1)$ et $(2;1)$.

2°) On considère ci-dessous la courbe C_f d'une fonction définie sur $[-2{,}5;2{,}5]$.



La courbe de sa fonction dérivée est la suivante :



3°) Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{CD} = -AB^2$

4°) Si ABC est un triangle équilatéral alors $\overrightarrow{AC}\,.\,\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}\,.\,\overrightarrow{AB}$

5°) On considère la suite (u_n) définie par récurrence par $u_0=1$ et $u_{n+1}=-u_n^2+u_n-1$
La suite (u_n) est décroissante.

Exercice 5 : (3 points)

Un tournoi de Tennis se déroule par élimination directe (On arrête de jouer à la première défaite). On peut jouer au maximum 5 parties (si on va en finale). A chaque rencontre, Noé a une probabilité de gagner égale à 0,4.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de rencontres gagnées par Noé.

1°) Faire un arbre modélisant la situation.

2°) Déterminer la loi de probabilité de X.

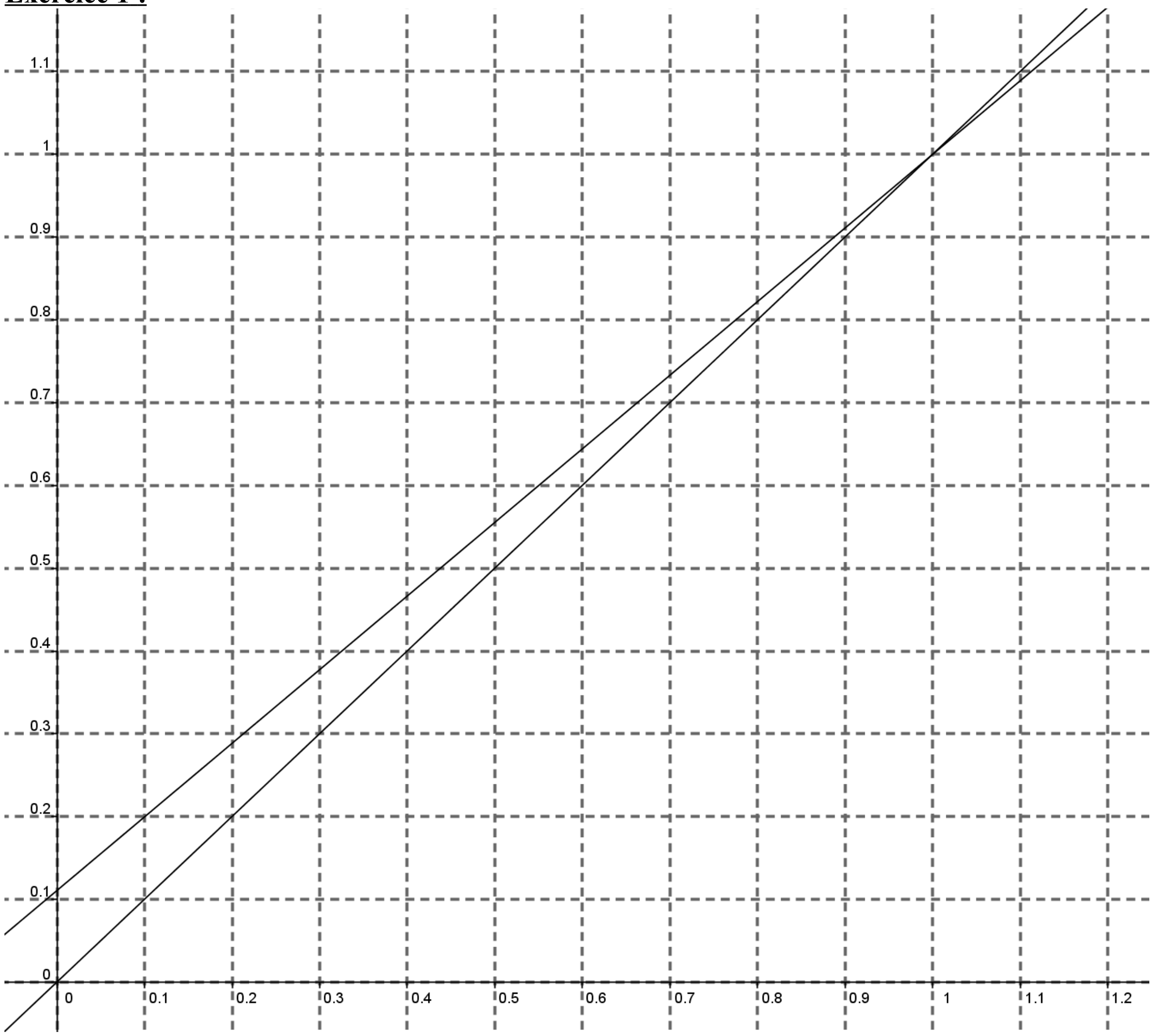
3°) Quelle est la probabilité que Noé ne gagne pas le tournoi ?

Feuille annexe à rendre avec la copie

NOM :

Classe :

Exercice 1 :



Exercice 2 :

Entrée

Saisir u
Saisir r
Saisir n

Initialisation

S prend la valeur ….....

Traitement

Pour i allant de 1 à n
u prend la valeur …......
S prend la valeur …......
FinPour

Sortie

Afficher S