

**Exercice 1 : (6 points)**

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x}{1-2x}$. C_f désigne la courbe représentative de f .

a) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f .

b) a et b sont deux réels de D_f .

Montrer que $f(a) - f(b) = \frac{a-b}{(1-2a)(1-2b)}$

c) A l'aide de votre calculatrice, conjecturez les variations de f .

Démontrez votre conjecture (Vous pourrez utiliser le b)).

d) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

e) Soit h un réel non nul de D_f .

Montrer que $\frac{f(h) - f(0)}{h} = \frac{1}{1-2h}$

En déduire le nombre dérivé de f en 0.

f) Déterminer une équation de (T) tangente à C_f au point d'abscisse 0.

Étudier les positions relatives de C_f et (T) sur D_f .

Exercice 2 : (3 points)

1) On rappelle que la moyenne d'une série statistique contenant p valeurs (p entier) de

caractère est donnée par : $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i \times x_i}{N}$

où x_i est la valeur du caractère, n_i son effectif et $N = \sum_{i=1}^p n_i$

Démontrer que $\bar{x} = \sum_{i=1}^p f_i \times x_i$ où x_i est la valeur du caractère et f_i sa fréquence.

2) Le lycée fait une étude statistique des notes obtenues par les élèves de première S au devoir commun. Chaque professeur doit traiter les notes de leurs élèves en étudiant la dispersion autour de la moyenne.

Dans sa classe, monsieur X a relevé les notes suivantes :

Note	2	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	15	17	18	19	Total
Effectif	1	2	1	2	1	2	3	4	4	3	1	2	1	1	1	29

Dans sa classe, monsieur Y a relevé les notes en les regroupant en classes d'intervalles :

Notes	[0 ; 5[[5 ; 10 [[10 ; 15 [[15 ; 20]	Total
Effectif	5	7	12	6	30

Pour chaque classe, étudier la dispersion autour de la moyenne en calculant moyenne et écart-type.

Quels commentaires pouvez-vous faire avec cette étude ?

Exercice 3 : (4 points)

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = -1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{1-2U_n}$

1- Calculer U_1 et U_2 .

2- Sur la feuille annexe ci-jointe, placer U_0 sur l'axe des abscisses et effectuer à la règle les tracés nécessaires pour obtenir U_1 , U_2 et U_3 sur l'axe des abscisses.

3- On définit la suite (V_n) par $V_n = \frac{1}{U_n}$

a) Calculer V_0 , V_1 et V_2 . Quelle conjecture peut-on faire sur la monotonie de la suite (V_n) ?

b) Démontrer cette conjecture.

4- On admet que $V_n = -1-2n$ pour tout n de \mathbb{N} . En déduire U_{2011} .

Exercice 4 : (4 points)

On se place dans le plan muni d'un repère orthonormal direct $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ unités 2 cm.

On donne les points A de coordonnées cartésiennes $(3; 3\sqrt{3})$ et M tel que $AM = \sqrt{2}$ et

$$(\vec{AO}, \vec{AM}) = 5\frac{\pi}{12}.$$

1) Déterminer les coordonnées polaires du point A dans le repère $(O ; \vec{i})$.

2) Déterminer la valeur en degrés de $5\frac{\pi}{12}$. Faire une figure. Déterminer (\vec{OA}, \vec{AM}) .

3) Prouver, en utilisant la relation de Chasles, que $(\vec{i}, \vec{AM}) = -\frac{\pi}{4}$ $[2\pi]$

4) Soit le point B tel que $\vec{OB} = \vec{AM}$.

a) Déterminer les coordonnées polaires de B dans le repère $(O ; \vec{i})$.

b) Déterminer les coordonnées cartésiennes de B.

5) En déduire les coordonnées cartésiennes du point M.

Exercice 5 : (3 points)

VRAI ou FAUX

On considère ci-contre C_f la courbe d'une fonction f définie sur \mathbb{R} et (T) sa tangente au point d'abscisse 3.

Précisez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. **Justifiez soigneusement.**

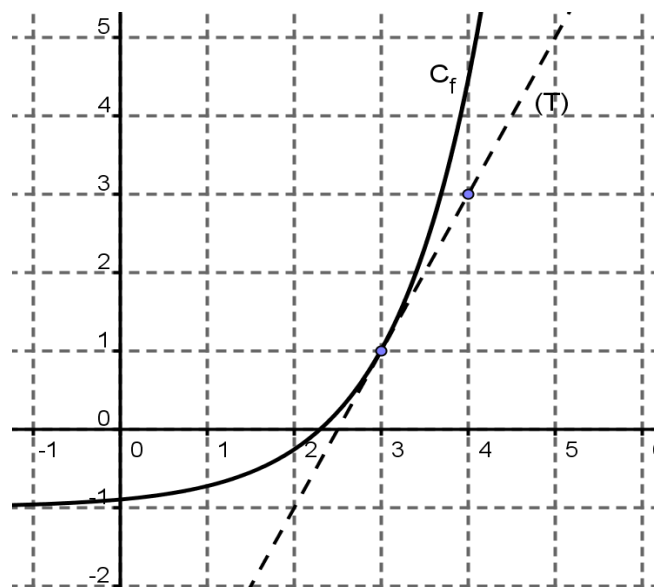
a) $f'(3) = 1$

b) (T) a pour équation $y = 2x - 5$

c) $f(x) = 0$ pour $x \approx -0,9$

d) On peut déterminer une valeur approchée de $f(3,01)$ en faisant le calcul suivant :

$$2 \times 3,01 - 5$$



FEUILLE ANNEXE

à rendre avec la copie

NOM :

Classe :

Exercice 3 : 2)

Dans le repère orthonormal ci-dessous, on considère C_f la courbe représentative de la fonction

f définie par $f(x) = \frac{x}{1-2x}$ et (d) la droite d'équation $y = x$.

Laisser les traits de construction apparents.

